

AP 2003 AI

- BE
- 1.0 Gegeben ist die reelle Funktion $f : x \mapsto \frac{-16 \cdot e^x}{(e^x + 1)^2}$ in der Definitionsmenge $D_f = \mathbb{R}$.
- 4 1.1 Untersuchen Sie das Verhalten der Funktionswerte $f(x)$ für $x \rightarrow +\infty$.
- 5 1.2 Weisen Sie nach, dass der Graph von f achsensymmetrisch zur y -Achse verläuft.
- 7 1.3 Bestimmen Sie für die Funktion f die maximalen Monotonieintervalle und geben Sie die Koordinaten und Art des Extrempunktes des Graphen von f an.
(Teilergebnis: $f'(x) = \frac{16 \cdot e^x \cdot (e^x - 1)}{(e^x + 1)^3}$)
- 4 1.4 Zeichnen Sie unter Verwendung der bisherigen Ergebnisse und geeigneter Funktionswerte den Graphen der Funktion f für $-4 \leq x \leq 4$ in ein kartesisches Koordinatensystem. Maßstab auf beiden Achsen: 1 LE = 1 cm. Verwenden Sie eine eigene Seite und legen Sie den Koordinatenursprung etwa in die Seitenmitte.
- 3 1.5 Gegeben ist die Funktion $F : x \mapsto \frac{a}{e^x + b}$ in der Definitionsmenge $D_F = \mathbb{R}$.
Bestimmen Sie die reellen Zahlen a und b so, dass F eine Stammfunktion von f ist.
(Ergebnis: $a = 16$; $b = 1$)
- 8 1.6 Die Gerade mit der Gleichung $y = -3$ schließt mit dem Graphen von f ein endliches Flächenstück ein.
Kennzeichnen Sie dieses Flächenstück im Schaubild aus Aufgabe 1.4 und berechnen Sie die Maßzahl seines Flächeninhalts.
(Teilergebnis: für die obere Integrationsgrenze b gilt: $b = \ln 3$)
- 1.7.0 Gegeben ist nun die reelle Funktion $h : x \mapsto h(x) = \ln(F(x)) = \ln \frac{16}{e^x + 1}$ in der Definitionsmenge $D_h = \mathbb{R}$.
- 7 1.7.1 Berechnen Sie die Schnittpunkte des Graphen von h mit den Koordinatenachsen. Zeigen Sie auch, dass der Graph von h eine Asymptote besitzt und geben Sie deren Gleichung an.
- 6 1.7.2 Bestimmen Sie das Krümmungsverhalten des Graphen von h und stellen Sie fest, ob ein Wendepunkt vorliegt.
(Teilergebnis: $h'(x) = -\frac{e^x}{e^x + 1}$)

Fortsetzung siehe nächste Seite

BE | Fortsetzung A I :

- 3 | 1.7.3 | Zeichnen Sie den Graphen von h und dessen Asymptote für $-4 \leq x \leq 4$ in das Schaubild aus Aufgabe 1.4 .
- 6 | 1.7.4 | Die Normale an den Graphen von h im Punkt $P(0; y_p)$ schließt mit den Koordinatenachsen ein Flächenstück ein.
Berechnen Sie die Flächenmaßzahl diese Flächenstücks.